

Mündliche Abiturprüfung im Fach Mathematik

Prüfling: Jane Doe

Datum: April 2013

1. Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2tx^2$ mit $t \in \mathbb{R}$.
- a) Untersuchen Sie die Graphen der Funktionenschar auf Nullstellen und Extrema. (Die y-Koordinaten müssen nicht bestimmt werden) /25
 - b) Welcher der Funktionsgraphen verläuft durch $P(1|2)$? /10
 - c) Welche(n) Punkt(e) haben alle Graphen der Schar gemeinsam? /5
 - d) Erläutern Sie den Rechenweg zur Beantwortung der Frage: „An welchen Stellen haben die Graphen die Steigung 1?“ /10
- 2.
- a) Erläutern Sie unter welchen Bedingungen von einer Binomialverteilung ausgegangen werden kann. Nehmen Sie auch Bezug auf Aufgabenteil b). /20
 - b) Der Känguru-Mathewettbewerb für die 3./4. Klasse enthält 10 Fragen mit je 5 Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils nur eine richtig ist. Ein Schüler hat keine Ahnung von den Aufgaben und kreuzt die Lösungen auf gut Glück zufällig an. Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:
 - 1) Er hat genau eine richtige Lösung angekreuzt,
 - 2) keine richtige,
 - 3) mindestens eine richtige und
 - 4) höchstens eine richtige Lösung. /20
 - c) Erklären Sie wann die kumulierte Binomialverteilung eingesetzt werden kann. /10

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Punkte	100-96	95-91	90-86	85-81	80-76	75-71	70-66	65-61	60-56	55-51	50-46	45-41	40-34	33-27	26-20	19-0

Lösungsskizze

1.

a) $f_t(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2tx^2 = x^2 \left(\frac{1}{3}x - 2t \right)$

$$f_t'(x) = x^2 - 4tx = x(x - 4t)$$

$$f_t''(x) = 2x - 4t$$

$$f_t'''(x) = 2$$

$$N_{1,2}(0|0), N_3(6t|0)$$

$$\text{Für } t > 0 \text{ gilt: } H(0|0), T\left(4t \mid -\frac{32}{3}t^3\right)$$

$$\text{Für } t = 0 \text{ gilt: Sattelpunkt } S(0|0)$$

$$\text{Für } t < 0 \text{ gilt: } T\left(4t \mid -\frac{32}{3}t^3\right), H(0|0)$$

b) $f_{-\frac{5}{6}}$ verläuft durch P.

c) Alle Graphen der Schar verlaufen durch den Koordinatenursprung. Dies ist der einzige Punkt, der unabhängig von t ist.

d) Die erste Ableitung gleich eins setzen und dann nach x auflösen.

2.

a) Konstante Wahrscheinlichkeit bei der Wiederholung der Zufallsversuche, nur zwei Ausgänge

b) $B\left(10; \frac{1}{5}; 1\right) = \binom{10}{1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^9 = 0,2684$

$$B\left(10; \frac{1}{5}; 0\right) = \binom{10}{0} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = 0,1074$$

$$1 - B\left(10; \frac{1}{5}; 0\right) = 1 - 0,1074 = 0,8926$$

$$F\left(10; \frac{1}{5}; 1\right) = 0,3758$$

c) Bei „höchstens“