

Mündliche Abiturprüfung im Fach Mathematik

Prüfling: Erika Mustermann

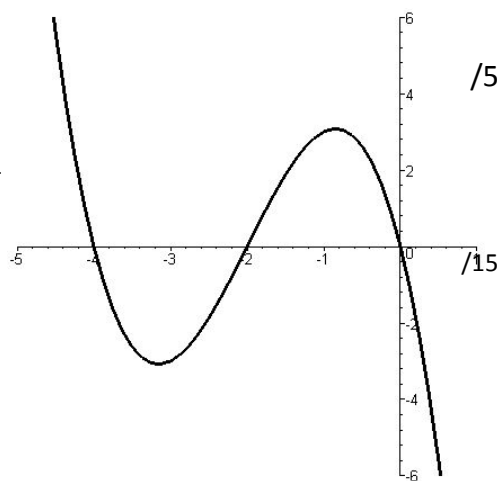
Datum: April 2013

1. Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 \cdot e^{-x}$.

- Bestimmen Sie alle Nullstellen und Extrema von f und skizzieren Sie den Verlauf des Graphen im Bereich $-1 \leq x \leq 8$. /20
- Erläutern Sie wie Sie weitere besondere Punkte des Graphen bestimmen würden. /10

2. Gegeben sei der nebenstehende Graph (punktsymmetrisch zu $(-2|0)$) einer Funktion $g(x) = -x^3 - 6x^2 - 8x$.

- Erklären Sie wie Sie $\int_{-4}^0 g(x) dx$ berechnen würden. /5
- Erläutern Sie wie Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion und der x -Achse eingeschlossen wird, berechnen würden. Vergleichen Sie Ihre Vorgehensweise mit Aufgabenteil a). /15



3.

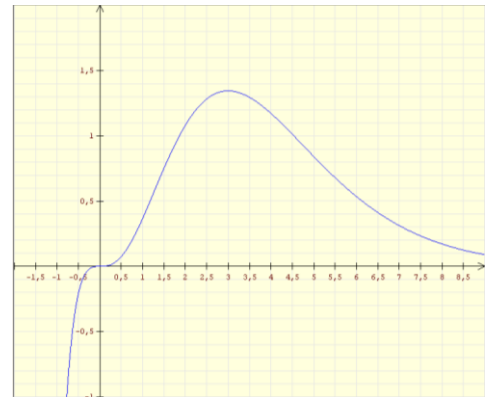
- Bestimmen Sie (nach Möglichkeit mit dem Newton-Verfahren) ein Stützpolynom, dessen Graph durch die Punkte $P(1|6)$, $Q(2|11)$ und $R(3|18)$ verläuft. /30
- Gehen Sie in diesem Zusammenhang außerdem auf die Vor- und Nachteile beider bekannten Verfahren ein. /20

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Punkte	100-96	95-91	90-86	85-81	80-76	75-71	70-66	65-61	60-56	55-51	50-46	45-41	40-34	33-27	26-20	19-0

Lösungsskizze

1.

- a) 3-fache Nullstelle/Sattelpunkt $(0|0)$, $H(3|1,344)$
 $f'(x) = e^{-x} \cdot (3x^2 - x^3) = e^{-x} \cdot x^2 \cdot (3 - x)$
 $f''(x) = e^{-x} \cdot (x^3 - 6x^2 + 6x)$
 $= e^{-x} \cdot x \cdot (x^2 - 6x + 6)$
- b) Wendepunkte mit notwendiger und hinreichender Bedingung



2.

- a) $\int_{-4}^0 g(x) dx = [G(x)]_{-4}^0 = G(0) - G(4) = 0$
- b) Ausnutzen der Punktsymmetrie: $A = 2 \cdot \int_{-2}^0 g(x) dx = 8$ oder
- $$A = \left| \int_{-4}^{-2} g(x) dx \right| + \int_{-2}^0 g(x) dx = 8$$

3.

- a) Ansatz: $f(x) = a + b(x-1) + c(x-1)(x-2)$
Stützpolynom: $f(x) = 6 + 5(x-1) + 1(x-1)(x-2) = x^2 + 2x + 3$