

Mündliche Abiturprüfung im Fach Mathematik

Prüfling: Max Mustermann

Datum: April 2013

1. Gegeben seien die Funktionen $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 6$ und $g(x) = x + 6$.
- a) Skizzieren Sie die Graphen der obigen Funktionen im Intervall $-2 \leq x \leq 4$ in ein gemeinsames Koordinatensystem. /10
 - b) Bestimmen Sie $F(x)$ und $G(x)$. /5
 - c) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der beiden Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ eingeschlossen wird. /15
 - d) Erläutern Sie ganz allgemein wie der eingeschlossene Flächeninhalt zwischen zwei Kurven berechnet werden kann, wenn es mehrere Schnittpunkte gibt. /10

2. Berechnen und interpretieren Sie das Ergebnis von /10

$$\int_{-1}^1 4x^3 - 2x \, dx$$

- 3.
- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom erster Ordnung der Funktion $f(x) = e^{-2x}$ an der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$. /20
 - b) Erklären Sie die Idee, die hinter dem Taylorpolynom steckt. /10
 - c) Erläutern Sie die beiden Verfahren zur Bestimmung eines Stützpolynoms zur Interpolation. Gehen Sie in diesem Zusammenhang außerdem auf die Vor- und Nachteile ein. /20

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Punkte	100-96	95-91	90-86	85-81	80-76	75-71	70-66	65-61	60-56	55-51	50-46	45-41	40-34	33-27	26-20	19-0

Lösungsskizze

1.

a) Siehe Grafik rechts

b) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 6x + C$

$G(x) = \frac{1}{2}x^2 + 6x$

c) Schnittpunkte bestimmen

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 6 = x + 6$$

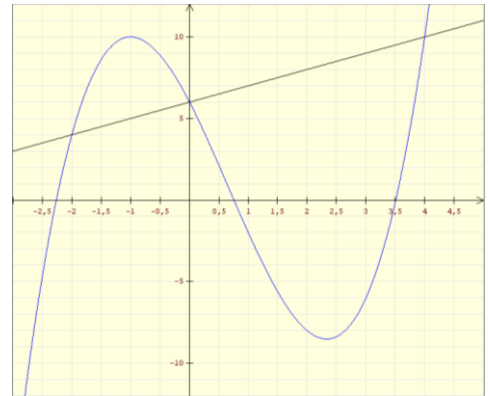
$$x^3 - 2x^2 - 8x = 0$$

$$x \cdot (x^2 - 2x - 8) = 0$$

$$x \cdot (x + 2) \cdot (x - 4) = 0$$

$$\int_{-2}^0 x^3 - 2x^2 - 8x \, dx + \int_0^4 -x^3 + 2x^2 + 8x \, dx = \frac{20}{3} + \frac{128}{3} = \frac{148}{3} = 49, \bar{3}$$

d) Schnittpunkte bestimmen, Integration von Schnittpunkt bis Schnittpunkt, Addition der Beträge



2. $\int_{-1}^1 4x^3 - 2x \, dx = 0$, da die Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung ist und die Integralgrenzen symmetrisch um den Ursprung liegen.

3.

a) $f(x) = e^{-2x} \Rightarrow f(0) = 1$

$f'(x) = -2e^{-2x} \Rightarrow f'(0) = -2$

$p_2(x) = \frac{e^0}{0!} - \frac{2e^0}{1!} \cdot (x - 0) = 1 - 2x$

b) Übereinstimmung in einem Punkt und zusätzlich in den Ableitungen.

c) Standardansatz & Newtonansatz...