

# 1 Einführung

In der Kombinatorik beschäftigt man sich damit, die verschiedenen Möglichkeiten der Auswahl und Anordnung von Elementen aus endlichen Mengen zu untersuchen und insbesondere die Anzahl dieser Möglichkeiten zu berechnen. Dabei können drei mögliche Randbedingungen auftreten:

- **Alle** gegebenen Elemente werden angeordnet.
- Die **Anordnung/Reihenfolge** der Elemente muss berücksichtigt werden.
- **Wiederholungen** der Elemente sind zugelassen.

Je nachdem, ob diese Randbedingungen erfüllt sein müssen oder nicht, lassen sich sechs Grundaufgaben unterscheiden:

| Nr. | Alle Elemente? | Reihenfolge wichtig? | Wiederholung zugelassen? | Bezeichnung                                        |
|-----|----------------|----------------------|--------------------------|----------------------------------------------------|
| 1   | ja             | ja                   | nein                     | Permutation von verschiedenen Elementen            |
| 2   | ja             | ja                   | ja                       | Permutation von gruppenweise identischen Elementen |
| 3   | nein           | ja                   | nein                     | Variation ohne Wiederholung                        |
| 4   | nein           | ja                   | ja                       | Variation mit Wiederholung                         |
| 5   | nein           | nein                 | nein                     | Kombination ohne Wiederholung                      |
| 6   | nein           | nein                 | ja                       | Kombination mit Wiederholung                       |

Tabelle 1: Übersicht über die Grundaufgaben der Kombinatorik

## 2 Permutationen

### 2.1 Permutation von verschiedenen Elementen

Jede Anordnung aller Elemente einer Menge in einer bestimmten Reihenfolge heißt Permutation der Elemente. Zu einer Menge mit  $n$  verschiedenen Elementen gibt es

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

Permutationen.

#### Beispiel 2-1:

Bei einem 100m-Lauf werden 6 Startplätze an die 6 Teilnehmer verlost. Es gibt dann  $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$  verschiedene Startanordnungen.<sup>1</sup>

#### Beispiel 2-2:

In einem Regal stehen 10 verschiedene CDs. Es gibt daher  $10! = 3\,628\,800$  verschiedene Anordnungen.

<sup>1</sup> Für den ersten Startplatz gibt es 6 Möglichkeiten. Dann bleiben für den zweiten Platz nur noch 5 Möglichkeiten. Für den dritten Platz verbleiben 4 Möglichkeiten usw.

## 2.2 Permutation von gruppenweise identischen Elementen

Zu  $n$  Elementen, von denen jeweils  $k_1, k_2, \dots, k_r$  gleich sind, gibt es

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Permutationen mit Wiederholungen.

### Beispiel 2-3:

Wie viel verschiedene (auch sinnlose) Wörter kann man bilden, wenn man alle Buchstaben des Wortes „WETTER“ bzw. „MISSISSIPPI“ benutzt? Lösung: Man kann  $\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$  bzw.  $\frac{11!}{4! \cdot 4! \cdot 2!} = 34\,650$  verschiedene Wörter bilden.

### Beispiel 2-4:

Wie viele verschiedene sechsziffrige Zahlen gibt es, die zweimal die 4, dreimal die 5 und einmal die 8 enthalten? Lösung: Es gibt  $\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$  Möglichkeiten.<sup>2</sup>

## 3 Variationen

Bei Permutationen sind immer alle  $n$  Elemente beteiligt. Bei der Variation bzw. Kombination (Kapitel 4) ist das nicht der Fall. Hier werden aus einer Menge mit  $n$  verschiedenen Elementen  $k$  Elemente ausgewählt. Wenn die Reihenfolge wichtig ist, dann spricht man von einer Variation (geordnete Stichprobe) – ansonsten von einer Kombination (ungeordnete Stichprobe).

### 3.1 Variation ohne Wiederholung

Aus einer Menge mit  $n$  Elementen kann man

$$n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} \cdot k!$$

$k$ -Tupel ( $k \leq n$ ) ohne Wiederholung auswählen.

(Statt „ $k$ -Auswahl mit Berücksichtigung der Reihenfolge“ kann man kürzer „ $k$ -Tupel“ sagen.)

Zur Berechnung kann man – falls vorhanden – die  $\boxed{\text{nPr}}$ -Taste des Taschenrechners verwenden.

### Beispiel 3-1:

In der Dreierwette beim Pferderennen soll der Einlauf der ersten drei Pferde aus einem Starterfeld von 12 Pferden vorausgesagt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es? Lösung: Es gibt  $\frac{12!}{(12-3)!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$  Möglichkeiten.

<sup>2</sup> Da die 8 nur einmal vorkommt, muss man sie im Nenner nicht berücksichtigen. Es genügt, die mehrfach vorhandenen Zahlen zu beachten.

### Beispiel 3-2:

Anja, Bettina, Chris, Doris und Eva nehmen an einem Schwimmwettkampf teil. Ein Reporter der Lokalzeitung möchte von den ersten drei auf dem Siegerpodest ein Foto machen. Wie viele verschiedene Bilder sind möglich?  
Lösung: Es gibt  $\frac{5!}{(5-3)!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$  Möglichkeiten.

## 3.2 Variation mit Wiederholungen

Aus einer Menge mit  $n$  Elementen kann man

$$n^k$$

$k$ -Tupel mit Wiederholung auswählen.

(Statt „ $k$ -Auswahl mit Berücksichtigung der Reihenfolge“ kann man kürzer „ $k$ -Tupel“ sagen.)

### Beispiel 3-3:

Wie viele fünfstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 1, 2, 3 bilden? Lösung: Für jede der fünf Stellen gibt es drei Möglichkeiten. Daher gibt es  $3^5 = 243$  verschiedene fünfstellige Zahlen.

### Beispiel 3-4:

Tanja hat an ihrem Koffer ein Zahlenschloss. Sie kann den Koffer nur öffnen, wenn sie drei bestimmte Ziffern in der richtigen Reihenfolge wählt. Wie viele Möglichkeiten muss Tanja schlimmstenfalls probieren, wenn sie die Kombination vergisst? Lösung: Es gibt  $10^3 = 1000$  Möglichkeiten, die Tanja probieren muss.

## 4 Kombinationen

### 4.1 Kombination ohne Wiederholung

Aus einer Menge mit  $n$  Elementen kann man

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k}$$

$k$  Teilmengen ( $k \leq n$ ) ohne Wiederholung auswählen.

Hinweis:  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$  Zahlenbeispiel:  $\binom{10}{8} = \binom{10}{2} = 45$

Zur Berechnung kann man – falls vorhanden – die  $\boxed{\text{nCr}}$ -Taste des Taschenrechners verwenden.

### Beispiel 4-1:

Bei einem Preisausschreiben sind 50 richtige Lösungen eingegangen, es stehen aber nur vier gleichwertige Gewinne zur Verfügung. Wie viele Möglichkeiten der Gewinnverteilung gibt es?

Lösung: Es gibt  $\binom{50}{4} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 230\,300$  Möglichkeiten.

### Beispiel 4-2:

Von den 18 Vereinen der 1. Fußballbundesliga spielt jeder gegen jeden. Wie viele Spiele gibt es pro Halbsaison? Lösung: Da immer zwei Mannschaften gegeneinander spielen und eine Wiederholung ausgeschlossen ist (eine Wiederholung eines Spiels der Hinrunde findet erst in der Rückrunde statt!), gibt es also  $\binom{18}{2} = \frac{18 \cdot 17}{1 \cdot 2} = 153$  Spiele pro Halbsaison.

## 4.2 Kombination mit Wiederholungen

Aus einer Menge mit  $n$  Elementen kann man

$$\binom{n+k-1}{k}$$

$k$ -Teilmengen mit Wiederholung auswählen.

### Beispiel 4-3:

Drei Schülern werden fünf Freikarten für ein Konzert angeboten. Auf wie viele Arten können die nummerierten Karten verteilt werden?

Lösung: Eine Möglichkeit könnte man wie folgt notieren: xxx | x | x Es entsteht eine Anordnung von zwei Strichen und 5 Kreuzchen für die Anzahl der Freikarten. Es gibt demnach  $3 + 5 - 1 = 7$  Positionen an denen die Freikarten stehen können, das sind  $\binom{3+5-1}{5} = \binom{7}{5} = 21$  Möglichkeiten.

Das gleiche Ergebnis kommt übrigens heraus, wenn man die zwei Trennstriche auf die 7 Positionen verteilt, da  $\binom{7}{5} = \binom{7}{2} = 21$ .

### Beispiel 4-4:

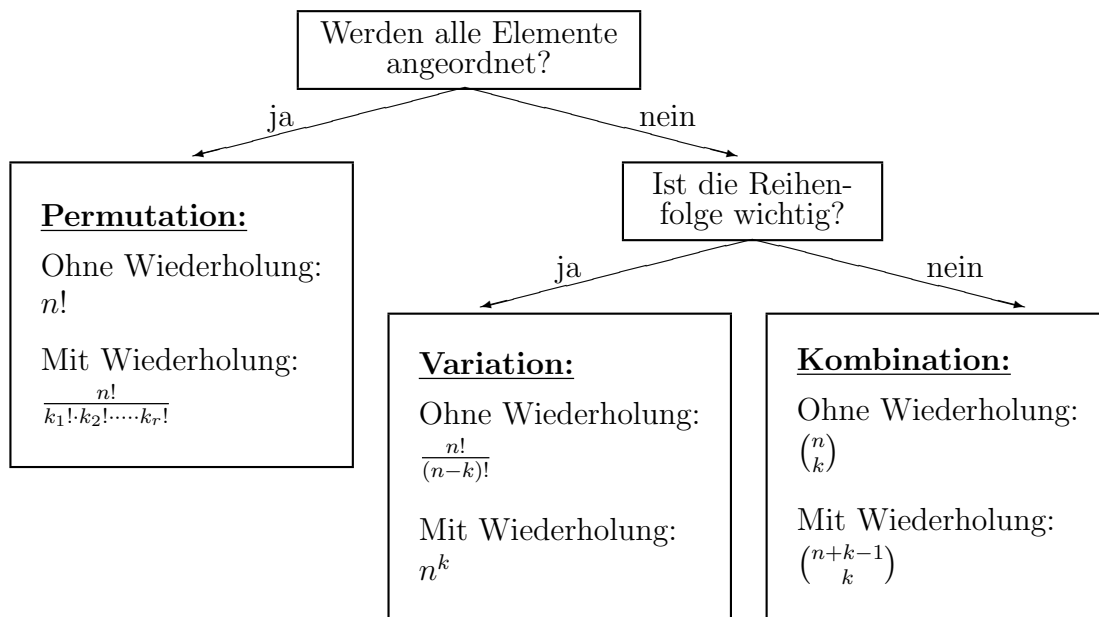
Sechs Äpfel werden auf 3 Kinder verteilt. Auf wie viele Arten ist dies möglich?

Lösung: Es gibt  $\binom{3+6-1}{6} = \binom{8}{6} = \binom{8}{2} = 28$  Möglichkeiten.

### Beispiel 4-5:

Oma Else hat 7 kg Kirschen für ihre vier Enkelkinder gepflückt und Pakete zu je einem Kilogramm zurecht gemacht. Sie überlegt wie viele Möglichkeiten es gibt, die Kirschen an ihre Enkel zu verteilen. Lösung: Es gibt  $\binom{4+7-1}{7} = \binom{10}{7} = \binom{10}{3} = 120$  Möglichkeiten.

## 5 Entscheidungshilfe



## 6 Laplace-Wahrscheinlichkeit

Ein Zufallsexperiment mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen heißt *Laplace-Experiment* nach dem französischen Mathematiker Pierre Simon Laplace.

Bei einem Laplace-Experiment gilt für die Wahrscheinlichkeit  $P(E)$  eines Ereignisses  $E$ :

$$\text{Wahrscheinlichkeit } P(E) = \frac{\text{Anzahl der für } E \text{ günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Laplace-Wahrscheinlichkeiten können mit Hilfe der Kombinatorik bestimmt werden (siehe Kapitel 1 bis 5).

### Beispiel 6-1:

Unter zehn Losen befinden sich drei Gewinnlose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich unter vier gleichzeitig gezogenen Losen genau ein Gewinnlos? Lösung: Es handelt sich um eine Kombination ohne Wiederholung. Es gibt  $\binom{3}{1} = 3$  Möglichkeiten ein Gewinnlos zu ziehen. Es werden außerdem drei Nieten gezogen. Hierfür gibt es  $\binom{7}{3} = 35$  Möglichkeiten. Insgesamt gibt es  $\binom{10}{4} = 210$  Möglichkeiten, vier Lose zu ziehen. Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit teilt man nun die günstigen Ergebnisse ( $3 \cdot 35 = 105$ ) durch alle möglichen Ergebnisse:  $P(1 \text{ Gewinnlos}) = \frac{105}{210} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ .

**Beispiel 6-2:**

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man beim Zahlenlotto „6 aus 49“ 6 Richtige, 5 Richtige mit Zusatzzahl, 5 Richtige oder 4 Richtige? Lösung:

$$P(6 \text{ Richtige}) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} \approx 0,0000000715$$

$$P(5 \text{ Richtige mit Zusatzzahl}) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{42}{0} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{49}{6}} \approx 0,000000429$$

$$P(5 \text{ Richtige ohne Zusatzzahl}) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{42}{1} \cdot \binom{0}{0}}{\binom{49}{6}} \approx 0,000018021$$

$$P(4 \text{ Richtige}) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} \approx 0,00096862$$

**Beispiel 6-3:**

Torsten möchte die Daten auf seinem Computer vor unberechtigtem Zugriff schützen. Er wählt ein Codewort, das aus vier Buchstaben besteht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Unberechtigter gleich beim ersten Versuch das richtige Codewort errät? Lösung: Es handelt sich um eine Variation mit Wiederholung. Da unser Alphabet 26 Buchstaben hat, gibt es  $26^4 = 456\,976$  mögliche Codewörter und damit ist die Wahrscheinlichkeit  $P(1 \text{ Versuch}) = \frac{1}{456976} \approx 0,000002188$

## 7 Übungsaufgaben

1. Vor einem kleinen Getränkemarkt befinden sich 8 PKW-Stellplätze. Auf wie viele Weisen können die Fahrzeuge der Kunden abgestellt werden, wenn
  - a) jeder Parkplatz von jedem Kunden genutzt werden darf?
  - b) zwei Parkplätze für die zwei gehbehinderten Kunden reserviert sind?
2. Wie viele verschiedene (auch sinnlose) Wörter kann man bilden, wenn man alle Buchstaben des Wortes
  - a) MAMA
  - b) SEEAAL
  - c) TEETASSE
  - d) MATHEMATIKbenutzt?
3. Wie viele fünfstellige Zahlen kann man aus den Ziffern der Zahl
  - a) 51112
  - b) 12122
  - c) 7654321bilden?
4. Wie viele Möglichkeiten gibt es, einen Ausschuss aus einer Gruppe von 7 Männern und 3 Frauen auszuwählen, der aus
  - a) vier Personen
  - b) zwei Männern und zwei Frauenbestehen soll?
5. Wie viele dreistellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 bilden, wenn jede Ziffer höchstens einmal vorkommen darf?
6. In der Lebensmittelindustrie ist es üblich, die hergestellten Produkte regelmäßig einer Gütekontrolle zu unterziehen. Dabei sollen aus jeweils 100 Objekten sechs ausgewählt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es?
7. Wie viele Permutationen lassen sich aus den Elementen 1, 2, 3, 4, und 5 bilden?
8. Zu einer Geburtstagsfeier werden 12 Gäste eingeladen.
  - a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, diesen und dem Geburtstagskind 13 vorhandene Stühle einer Stuhlreihe zuzuordnen?
  - b) Wie viele Möglichkeiten sind es, wenn sich alle um einen runden Tisch setzen?
9. Wie viele Telefonanschlüsse wären bei sechsstelligen Telefonnummern möglich, wenn man auf mit Null beginnende Rufnummern verzichtet?
10. Bei einem Sportfest starten beim 100m-Lauf jeweils 5 Schüler. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Läufer eines Durchgangs bei der Belegung des ersten, zweiten und dritten Platzes?

11. In Florians Bücherregal stehen zwölf Kriminalromane, sieben Reisebücher und vier Tierbücher. Maren möchte von jeder Sorte ein Buch ausleihen. Wie viele Möglichkeiten der Zusammenstellung hat sie?
12. Die Klassen 10a (mit 10 Mädchen und 9 Jungen), 10b (mit 14 Mädchen und 8 Jungen) und 10c (mit 9 Mädchen und 11 Jungen) sind zu einem Umwelt-Hearing eingeladen. Je ein Schüler aus jeder Klasse soll an der Podiumsdiskussion teilnehmen.
  - a) Wie viele Möglichkeiten der Auswahl dreier Mädchen gibt es?
  - b) Wie viele Möglichkeiten der Auswahl dreier Jungen gibt es?
  - c) Wie viele Möglichkeiten der Auswahl gibt es insgesamt?
13. In einem Gefäß sind eine blaue, eine rote und eine schwarze Kugel. In einem zweiten Gefäß sind ebenfalls eine blaue, eine rote, eine schwarze und außerdem eine gelbe und eine weiße Kugel. Aus beiden Gefäßen wird je eine Kugel gezogen.
  - a) Wie viele Möglichkeiten der Ziehung gibt es?
  - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
    - I. beide Kugeln blau sind,
    - II. die erste Kugel rot, die zweite Kugel nicht rot ist,
    - III. beide Kugeln nicht schwarz sind,
    - IV. keine der Kugeln schwarz ist,
    - V. beide Kugeln gleichfarbig sind?
14. Bei einem Grenzübergang versehen 4 Beamte die Passkontrolle und 5 Beamte die Zollkontrolle. Zwei der Passkontrolleure lassen die Reisenden ohne Formalitäten einreisen, drei der Zöllner verzichten auf eine Kontrolle. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein Reisender
  - a) keine Kontrolle,
  - b) genau zwei Kontrollen,
  - c) genau eine Kontrolleüber sich ergehen lassen?
15. In einem Gefäß sind neun Kugeln, nummeriert von 1 bis 9. Lena zieht nacheinander drei Kugeln *mit* Zurücklegen und bildet mit den Ziffern in der Reihenfolge des Ziehens eine dreistellige Zahl.
  - a) Wie viele solcher Zahlen sind möglich?
  - b) Wie viele dieser Zahlen enthalten die Ziffer 3?
  - c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in dem Zahlwort die Ziffer 3 vorkommt?
  - d) Lisa zieht aus dem gleichen Gefäß nacheinander drei Kugeln *ohne* Zurücklegen. Beantworte die gleichen bereits genannten Fragen.

16. Bei einer Sparkasse haben alle Konten eine 6-stellige Nummer. Die erste Ziffer zeigt an, um welche Art von Konto es sich handelt. Alle Girokonten beginnen mit der Ziffer 6. Wie viele verschiedene Girokonten mit einer sechsstelligen Nummer können vergeben werden?
17. Wie viele achtstellige Telefonnummern kann man aus den Ziffern 0, 1, 2, 3, ..., 9 bilden? *Beachte:* Eine Telefonnummer ohne Vorwahl beginnt nicht mit der Ziffer Null.
18. Anke, Bettina, Christiane, Doris und Emilia stellen sich in zufälliger Reihenfolge nebeneinander zu einem Gruppenfoto auf.
- a) Wie viele Möglichkeiten der Aufstellung gibt es?
  - b) Wie groß ist bei zufälliger Reihenfolge die Wahrscheinlichkeit, dass Anke ganz links steht?
  - c) Christiane möchte genau in der Mitte stehen. Wie viele Möglichkeiten der Aufstellung gibt es unter dieser Bedingung?
19. An einem 1000m-Lauf nehmen 10 Läufer teil, darunter auch Carsten.
- a) In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können die Läufer das Ziel erreichen?
  - b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass Carsten als erster durch das Ziel läuft?
20. Tim hilft seiner Mutter beim Einkaufen und darf sich zur Belohnung drei Eiskugeln aussuchen. Im Eisladen werden sieben verschiedene Eissorten angeboten.
- a) Wie viele Wahlmöglichkeiten hat Tim, wenn die drei Eiskugeln verschiedene Sorten sein sollen?
  - b) Wie viele Möglichkeiten hat Tim, wenn er auch Eiskugeln gleicher Sorte wählen kann?
21. Ein Schachverein möchte für ein Turnier eine Mannschaft aus vier Spielern aufstellen. Da in dem Verein 12 Spitzenspieler sind, die alle ungefähr gleich gut spielen, werden vier von ihnen für das Turnier durch das Los bestimmt. Wie viele Vierer-Mannschaften kann man aus 12 Spielern bilden?
22. Beim Kegeln werden 9 Kegel aufgestellt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass
- |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| a) 3 Kegel, | c) 5 Kegel, | e) 7 Kegel, |
| b) 4 Kegel, | d) 6 Kegel, | f) 8 Kegel  |
- umfallen?
23. In einer Lostrommel sind 9 nummerierte Lose, darunter 3 Gewinnlose, der Rest sind Nieten. Man darf drei Lose ziehen
- a) Wie viele verschiedene Ziehungen (ohne Rücksicht auf die Reihenfolge der Lose) gibt es?
  - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, alle drei Gewinnlose zu ziehen?

24. In der Klasse 10a sind 24 Schüler. Davon sollen 3 Schüler an einer Meinungsumfrage teilnehmen. Sie werden durch das Los bestimmt.
- a) Wie viele Möglichkeiten der Auswahl dreier Schüler gibt es in dieser Klasse?
  - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Los auf Kathrin, Kristina und Kerstin fällt?
- 25.
- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus den Ziffern 1 bis 8 fünfstellige Zahlen zu bilden, wenn keine der Ziffern wiederholt auftreten darf?
  - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit endet die Zahl mit einer fünf?
  - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man die Zahl 12345?
26. In einem Lager wird die angelieferte Ware stichprobenartig überprüft. Mit einem Lieferanten besteht der Vertrag, dass die Ware ohne weiteres zurückgeschickt werden kann, wenn bei einer Kontrolle von 8 beliebig ausgewählten Stücken 3 oder mehr nicht in Ordnung sind.
- a) Auf wie viele verschiedene Weisen können 8 Stücke entnommen werden, wenn 65 Produkte geliefert wurden?
  - b) Unter den 65 Produkten sind 10 Computer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle 8 ausgewählten Stücke Computer?
  - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist genau ein Computer unter den 8 ausgewählten Stücken?
27. Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus den zehn Ziffern eine fünfstellige Zahl zu bilden, wenn jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?
28. Aus einem Skatblatt mit 32 Karten werden gleichzeitig 3 Karten gezogen.
- a) Wie viele verschiedene Ergebnisse sind möglich, wenn kein Bube gezogen werden soll?
  - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 3 Karten keinen Buben zu ziehen?
  - c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, drei Kreuzkarten aus allen 32 Karten zu ziehen?
29. Ein Würfel wird viermal geworfen.
- a) Wie viele Ausgänge gehören zu dem Ereignis: Alle Würfe zeigen verschiedene Augenzahlen.
  - b) Wie wahrscheinlich ist es, vier verschiedene Augenzahlen zu werfen?
30. Gegeben sind die Ziffern 0 bis 5. Daraus sollen nun dreistellige Zahlen gebildet werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn
- a) sich jede Ziffer wiederholen darf?
  - b) keine Ziffer mehrfach vorkommen darf?
- 31.
- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 4 Autos auf 9 Parkplätze abzustellen?

- b) Angenommen, die 9 Parkplätze liegen nebeneinander, die Platzwahl ist gleichwahrscheinlich. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen die 4 Autos ohne Lücke nebeneinander?
  - c) Zwei Autos sind rot. Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht ein rotes Auto auf dem mittleren Parkplatz?
32. Wie viele Möglichkeiten gibt es bei 10 verschiedenen Sorten Eis, wenn man
- a) ein Eis mit vier Kugeln haben möchte?
  - b) ein Eis mit vier verschiedenen Kugeln haben möchte?
  - c) zwei Eis mit je 4 verschiedenen Kugeln haben möchte und auch beide Eis verschiedene Sorten haben sollen?
  - d) zwei Eis mit je 4 verschiedenen Kugeln haben möchte, aber die zwei Eis auch gleiche Sorten haben können?
33. In einer Lostrommel liegen 20 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 20. Es wird eine Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer Kugel mit
- a) einer ungeraden Zahl,
  - b) einer Primzahl,
  - c) einer Zahl kleiner als 4?
34. Aus einer Urne wird eine Kugel gezogen. Die Urne enthält 100 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 100. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahl auf der gezogenen Kugel die Ziffer 5 nicht enthält.
35. Bei einem Spiel werden ein roter und ein blauer Würfel gleichzeitig geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
- a) Die Augensumme ist größer als 10.
  - b) Die Augensumme ist kleiner als 10.
  - c) Die Augenzahl des blauen Würfels ist um zwei größer als die des roten.
  - d) Die Augensumme ist gerade.
  - e) Die Augensumme ist eine Primzahl.
  - f) Die Würfel zeigen einen Pasch.
  - g) Die Augensumme ist kleiner als 12.
36. Ein Test besteht aus 6 Fragen. Zu jeder Antwort sind 4 Antworten vorgegeben, von denen genau eine richtig ist.
- a) Wie viele Antwortmöglichkeiten gibt es insgesamt?
  - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit rät man zufällig sechs richtige Antworten?
  - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit rät man keine richtige Antwort?
37. In einem Kasten liegen 7 Perlen von unterschiedlicher Größe. Sie werden zufällig aus dem Kasten genommen und zu einer Kette aufgezogen.
- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Perlen nacheinander aus dem Kasten zu nehmen?

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden die Perlen der Größe nach, mit der größten Perle beginnend, aus dem Kasten gezogen?
38. a) 10 verschieden große Schüler stellen sich zufällig in einer Reihe auf. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich der Größe nach aufstellen und der größte der Schüler am Anfang der Reihe steht.
- b) Nimm an, dass sich die Schüler jede Minute in einer anderen Reihenfolge aufstellen. Wie viele Tage würde es dauern, bis alle Möglichkeiten einmal aufgetreten sind?
39. a) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 2, 4, 6 und 8 bilden, wenn jede Ziffer in jeder Zahl genau einmal vorkommt?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine dieser Zahlen mit 2 beginnt?
40. Fünf Geschwister (3 Mädchen, 2 Jungen) stellen sich für eine Familienaufnahme zufällig in einer Reihe auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
- a) Jungen und Mädchen abwechselnd stehen,
- b) die Reihe mit einem Jungen beginnt und auch endet?
41. Nico soll drei Briefe in Umschläge stecken, zukleben und zur Post bringen. Da er vergessen hat, welcher Brief in welchen Umschlag gehört, verteilt er die Briefe zufällig auf die Umschläge. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er
- a) keinen Brief falsch eingetütet hat,
- b) alle Briefe falsch eingetütet hat,
- c) nur zwei Briefe falsch eingetütet hat?
42. Rebecca nimmt 10 verschiedene CDs aus ihrem CD-Ständer und legt sie in zufälliger Reihenfolge auf den CD-Wechsler. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie zufällig zuerst die CD „Wide open spaces“, „Soul Provider“ und als drittes „Close encounters“ aufgelegt hat?
43. a) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 bilden, wenn jede Ziffer höchstens einmal kommen darf?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine dieser Zahlen mit 6 anfängt?
44. Ein Töpfer hat vier Vasen geformt. Für die Glasur stehen ihm fünf verschiedene Glasuren zur Verfügung, die er zufällig auswählt.
- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die vier Vasen verschiedene Farben erhalten?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Töpfer die vorhandene blaue Glasur nicht benutzt hat?
45. 6 Personen wollen sich im Kino auf 8 freie Plätze setzen.
- a) Wie viele Sitzordnungen sind möglich?

- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zwei freien Plätze nebeneinander sind, wenn alle Plätze mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausgewählt werden?
46. Wie viele Möglichkeiten gibt es,
- a) aus 10 Personen einen Ausschuss von 4 Personen zu bilden,
  - b) aus 120 Mitgliedern der „blauen Funken“ den Elferrat zu bilden,
  - c) aus einer Klasse mit 15 Jungen und 10 Mädchen eine Gruppe von 2 Jungen und 2 Mädchen auszuwählen?
47. In einem Zeltlager mit 20 Teilnehmerinnen soll eine Dreiergruppe zum Einkaufen geschickt werden. Dazu werden drei Mädchen ausgelost. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
- a) gerade Angelika, Nicole und Sylvia ausgelost werden?
  - b) keines dieser drei Mädchen ausgelost wird?
48. Marco darf fünf seiner 12 Freunde (5 Mädchen und 7 Jungen), die alle verschiedene Namen haben, zu einer Zirkusvorstellung einladen. Um keinen zu benachteiligen, trifft er seine Wahl per Losentscheid. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählt er
- a) nur Mädchen
  - b) 3 Jungen und 2 Mädchen,
  - c) nur Jungen,
  - d) seine Freunde Klaus und Peter?
49. Beim Skatspiel werden 32 Karten verteilt. 30 Karten erhalten die Spieler, 2 Karten kommen in den sogenannten Skat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Skat
- a) aus dem Pik- und dem Kreuz-Buben,
  - b) aus zwei Buben besteht?
50. Bei einer Tombola werden 100 Lose verkauft. 40 Lose sind Trostpreise, 10 sind Hauptgewinne, und der Rest sind Nieten. Rebecca kauft 3 Lose. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie bei der Ziehung
- a) drei Hauptgewinne,
  - b) genau einen Hauptgewinn,
  - c) zwei Nieten,
  - d) genau eine Niete,
  - e) nur Nieten oder nur Trostpreise,
  - f) genau eine Niete, einen Hauptgewinn und einen Trostpreis,
  - g) mindestens einen Hauptgewinn unter ihren Losen hat?
51. Christian weiß, dass sich unter 300 Losen einer Lotterie 50 Gewinnlose befinden. Er kauft sofort zu Beginn der Lotterie 20 Lose. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er
- a) genau 5 Gewinnlose,
  - b) keinen Gewinn,

- c) mindestens ein Gewinnlos unter seinen Losen hat?
52. Glühlampen einer Firma werden in Kartons zu 50 Glühlampen verkauft. Bei einer Qualitätskontrolle werden einem Karton vier Glühlampen zufällig mit einem Griff entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle entnommenen Glühlampen in Ordnung sind, wenn im Karton insgesamt
- a) 4 Glühbirnen                      b) 10 Glühbirnen                      c) eine Glühbirne
- defekt sind?
53. Beim Schweizer Zahlenlotto sind sechs Zahlen aus 42 zu tippen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man
- a) in der Gewinnklasse I (6 Richtige),  
b) in der Gewinnklasse II (5 Richtige mit Zusatzzahl),  
c) in der Gewinnklasse III (5 Richtige ohne Zusatzzahl),  
d) in der Gewinnklasse IV (4 Richtige)?
54. Beim ersten Zahlenlotto, dem Lotto die Genua, wurden „5 aus 90“ ohne Zurücklegen gezogen. Man konnte gewinnen bei: 1 Zahl richtig, dem sogenannten „Einfachen Auszug“, bei zwei Richtigen „Ambe“, 3 Richtigen „Terne“, 4 Richtigen „Quaterne“ und 5 Richtigen „Quinterne“. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für diese Gewinne beim Lotto di Genua.
55. Ein Autohändler möchte sein PKW-Modell in fünf verschiedenen Motorversionen, vier verschiedenen Lackierungen und vier verschiedenen Innenausstattungen anbieten. Wie viele Autos müsste der Autohändler auf Lager haben, um jeden Kundenwunsch sofort erfüllen zu können?
56. Fünf Personen wollen durch eine Drehtür gehen. Wie viele Möglichkeiten gibt es für sie, nacheinander durch die Tür zu gehen?
57. In einem leeren Zugabteil mit sechs Plätzen nehmen vier Personen Platz. Auf wie viele Arten ist das möglich?
58. Aus einer Urne mit den Kugeln „A“, „O“ und „M“ werden nacheinander 3 Kugeln gezogen und der Reihe nach auf den Tisch gelegt.
- a) Wie viele verschiedene Buchstabenkombinationen („Wörter“) können dabei entstehen?  
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Wort „OMA“?
59. Aus den Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 werden zufällig dreistellige Zahlen mit verschiedenen Ziffern gebildet.
- a) Wie viele verschiedene Zahlen können so entstehen?  
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis 715?  
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis: „Eine Zahl größer als 700“.

- d) Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis: „Eine durch fünf teilbare Zahl“.
60. Unter zehn Gästen einer Party werden zehn Preise verlost. Dabei zieht jeder Gast genau ein Los. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zugleich Anke den 1. Preis, Britta den 2. Preis und Constantin den 3. Preis gewinnen?
61. In Österreich werden im Zahlenlotto 6 von 45 Zahlen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für
- a) 6 Richtige,
  - b) 4 Richtige,
  - c) 5 Richtige mit Zusatzzahl?
62. Durch einen Maschinenfehler ist bei zehn von hundert produzierten Stoffballen eine falsche Farbfaser eingewebt worden. Sechs Stoffballen davon sind bereits verkauft worden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den sechs verkauften Stoffballen
- a) alle sechs fehlerhafte Stoffballen sind,
  - b) kein fehlerhafter Stoffballen ist,
  - c) genau zwei fehlerhafte Stoffballen sind?
63. Ein Test besteht aus 5 Fragen. Zu jeder Frage sind vier Antworten vorgegeben, von denen jeweils genau eine richtig ist. Steffi kreuzt zufällig zu jeder Frage eine Antwort an. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Steffi richtig ankreuzt:
- a) alle fünf Antworten,
  - b) genau drei Antworten,
  - c) mindestens drei Antworten.
64. Zehn gleiche Geschenkartikel sollen auf drei Kinder verteilt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es?
65. Bei einem Einstellungstest müssen drei Aufgaben aus zwei Sachgebieten mit je vier bzw. fünf Aufgaben zur Auswahl bearbeitet werden, wobei aus jedem der beiden Gebiete mindestens eine Aufgabe stammen muss. Wie viele Möglichkeiten der Auswahl gibt es?
66. Bei einem Preisausschreiben des Tante-Emma-Ladens sind 50 richtige Lösungen eingegangen, es gibt aber nur drei Preise. Wie viele Möglichkeiten der Gewinnverteilung gibt es?
67. Unter 10 Losen befinden sich zwei Gewinnlose. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter fünf willkürlich ausgewählten Losen
- a) genau ein Gewinnlos befindet,
  - b) beide Gewinnlose befinden,
  - c) höchstens ein Gewinnlos befindet.

68. Aus vier Ehepaaren werden auf gut Glück zwei Personen ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man ein Ehepaar?

## 8 Lösungen

Im Folgenden sind mögliche Lösungswege mit Lösungen dargestellt. Wie bei vielen Dingen im Leben gibt es auch hier öfters mehrere Wege, die zum richtigen Ergebnis führen!

(1) a)  $8! = 40320$       b)  $6! \cdot 2! = 1440$

(2) a)  $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$       b)  $\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$       c)  $\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 2!} = 1680$       d)  $\frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 453\,600$

(3) a)  $\frac{5!}{3!} = 20$       b)  $\frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$       c)  $\binom{7}{5} \cdot 5! = \frac{7!}{2!} = 2520$

(4) a)  $\binom{10}{4} = 210$       b)  $\binom{7}{2} \cdot \binom{3}{2} = 21 \cdot 3 = 63$

(5)  $\frac{5!}{(5-3)!} = 60$

(6)  $\binom{100}{6} = 1\,192\,052\,400$

(7)  $5! = 120$

(8) a)  $13! = 6\,227\,020\,800$

b)  $12! = 479\,001\,600$  (Es macht keinen Unterschied wo der Erste sich hinsetzt!)

(9)  $9 \cdot 10^5 = 900\,000$

(10)  $\frac{5!}{(5-3)!} = 60$

(11)  $12 \cdot 7 \cdot 4 = 336$

(12) a)  $10 \cdot 14 \cdot 9 = 1260$       b)  $9 \cdot 8 \cdot 11 = 792$       c)  $19 \cdot 22 \cdot 20 = 8360$

(13) a)  $3 \cdot 5 = 15$       b) I.  $\frac{1}{15}$     II.  $\frac{4}{15}$     III.  $\frac{14}{15}$     IV.  $\frac{8}{15}$     V.  $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

(14) a)  $\frac{3}{10}$       b)  $\frac{1}{5}$       c)  $\frac{1}{2}$

(15) a)  $9^3 = 729$       b)  $217$       c)  $\frac{217}{729} \approx 0,297668$       d) I.  $504$     II.  $168$     III.  $\frac{1}{3}$

(16)  $10^5 = 100\,000$

(17)  $9 \cdot 10^7 = 90\,000\,000$

(18) a)  $5! = 120$       b)  $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$       c)  $4! = 24$

(19) a)  $10! = 3\,628\,800$       b)  $9! = 362\,880$

(20) a)  $\binom{7}{3} = 35$       b)  $\binom{7+3-1}{3} = \binom{9}{3} = 84$

(21)  $\binom{12}{4} = 495$

(22) a)  $\binom{9}{3} = 84$       b)  $\binom{9}{4} = 126$       c)  $\binom{9}{5} = 126$       d)  $\binom{9}{6} = 84$   
e)  $\binom{9}{7} = 36$       f)  $\binom{9}{8} = 9$

(23) a)  $\binom{9}{3} = 84$       b)  $\frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{6}{0}}{\binom{9}{3}} = \frac{1}{84} \approx 0,011905$

(24)  $\binom{24}{3} = 2024$     b)  $\frac{1}{2024} \approx 0,000494$

(25) a)  $\frac{8!}{(8-5)!} = 6720$     b)  $\frac{840}{6720} = \frac{1}{8}$     c)  $\frac{1}{6720} = 0,00014881$

(26) a)  $\binom{65}{8} = 5\,047\,381\,560$     b)  $\frac{\binom{10}{8} \cdot \binom{55}{0}}{\binom{65}{8}} = \frac{3}{336492104} \approx 0,000000009$   
c)  $\frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{55}{7}}{\binom{65}{8}} = \frac{5203275}{12942004} \approx 0,40205$

(27)  $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27\,216$  (*Achtung*: An erster Stelle darf keine Null stehen!)

(28) a)  $\binom{4}{0} \cdot \binom{28}{3} = 3276$     b)  $\frac{3276}{\binom{32}{3}} = \frac{819}{1240} \approx 0,660484$   
c)  $\frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{24}{0}}{\binom{32}{3}} = \frac{7}{620} \approx 0,0113$

(29) a)  $\binom{6}{4} = 15$     b)  $\frac{15}{\frac{6^4}{4!}} = \frac{5}{18} = 0,2\bar{7}$

(30) a)  $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$     b)  $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$

(31) a)  $\binom{9}{4} = 126$     b)  $\frac{6}{126} = \frac{1}{21} \approx 0,047619$     c)  $\frac{2}{9} = 0,2\bar{2}$

(32) a)  $\binom{10+4-1}{4} = \binom{13}{4} = 715$     b)  $\binom{10}{4} = 210$     c)  $\binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} = 3150$     d)  $\binom{10}{4}^2 = 210^2 = 44\,100$

(33) a)  $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$     b)  $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$     c)  $\frac{3}{20}$

(34)  $1 - \frac{19}{100} = \frac{81}{100}$

(35) a)  $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$     b)  $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$     c)  $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$     d)  $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$     e)  $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$     f)  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$   
g)  $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$

(36) a) 24    b)  $\left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{1}{4096} \approx 0,000244$     c)  $\left(\frac{3}{4}\right)^6 = \frac{729}{4096} \approx 0,177979$

(37) a)  $7! = 5040$     b)  $\frac{1}{5040} \approx 0,000198$

(38) a)  $\frac{1}{3628800} \approx 0,000000276$     b) 2520 Tage = 6 Jahre und 330 Tage

(39) a)  $4! = 24$     b)  $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

(40) a)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{10}$     b)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{10}$

(41) a)  $\frac{1}{6}$     b)  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$     c)  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  (*Achtung*: Nur ein falscher Brief geht nicht!)

(42)  $\frac{7!}{10!} = \frac{1}{720} = 0,0013\bar{8}$

(43) a)  $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$     b)  $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

(44) a)  $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{5^4} = \frac{24}{125} = 0,192$     b)  $\frac{4^4}{5^4} = \frac{256}{625} = 0,4096$

(45) a)  $\binom{8}{6} = 28$     b)  $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

$$(46) \text{ a) } \binom{10}{4} = 210 \quad \text{b) } \binom{120}{11} = 1\,160\,681\,786\,387\,760$$

$$\text{c) } \binom{15}{2} \cdot \binom{10}{2} = 4725$$

$$(47) \text{ a) } \frac{1}{\binom{20}{3}} = \frac{1}{1140} \approx 0,000877 \quad \text{b) } \frac{\binom{17}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{34}{57} \approx 0,596491$$

$$(48) \text{ a) } \frac{\binom{5}{5} \cdot \binom{7}{0}}{\binom{12}{5}} = \frac{1}{792} = 0,0012\overline{6} \quad \text{b) } \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{3}}{\binom{12}{5}} = \frac{175}{396} = 0,441\overline{9}$$

$$\text{c) } \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{7}{5}}{\binom{12}{5}} = \frac{7}{264} = 0,0265\overline{1} \quad \text{d) } \frac{\binom{10}{3}}{\binom{12}{5}} = \frac{5}{33} = 0,1\overline{5}$$

$$(49) \text{ a) } \frac{1}{\binom{32}{2}} = \frac{1}{496} \approx 0,002016 \quad \text{b) } \frac{\binom{4}{2}}{\binom{32}{2}} = \frac{3}{248} \approx 0,012097$$

$$(50) \text{ a) } \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{40}{0} \cdot \binom{50}{0}}{\binom{100}{3}} = \frac{2}{2695} \approx 0,000742$$

$$\text{b) } \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{90}{2}}{\binom{100}{3}} = \frac{267}{1078} \approx 0,247681 \quad \text{c) } \frac{\binom{50}{1} \cdot \binom{50}{2}}{\binom{100}{3}} = \frac{25}{66} = 0,37\overline{8}$$

$$\text{d) } \frac{\binom{50}{2} \cdot \binom{50}{1}}{\binom{100}{3}} = \frac{25}{66} = 0,37\overline{8} \quad \text{e) } \frac{\binom{50}{3} + \binom{40}{3}}{\binom{100}{3}} = \frac{134}{735} \approx 0,182313$$

$$\text{f) } \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{40}{1} \cdot \binom{50}{1}}{\binom{100}{3}} = \frac{200}{1617} \approx 0,123686 \quad \text{g) } 1 - \frac{\binom{90}{3}}{\binom{100}{3}} = \frac{67}{245} \approx 0,273469$$

$$(51) \text{ a) } \frac{\binom{50}{5} \cdot \binom{250}{15}}{\binom{300}{20}} = \frac{3191556773812814400}{24346843356263595089} \approx 0,131087$$

$$\text{b) } \frac{\binom{50}{0} \cdot \binom{250}{20}}{\binom{300}{20}} = \frac{576594925607300985}{25250970165249511087} \approx 0,022835$$

$$\text{c) } 1 - \frac{\binom{250}{20}}{\binom{300}{20}} = \frac{24674375239642210102}{25250970165249511087} \approx 0,977165$$

$$(52) \text{ a) } \frac{\binom{46}{4}}{\binom{50}{4}} = \frac{32637}{46060} \approx 0,708576 \quad \text{b) } \frac{\binom{40}{4}}{\binom{50}{4}} = \frac{9139}{23030} \approx 0,396830$$

$$\text{c) } \frac{\binom{49}{4}}{\binom{50}{4}} = \frac{23}{25} = 0,92$$

$$(53) \text{ a) } \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{36}{0}}{\binom{42}{6}} = \frac{1}{5245786} \approx 0,000000191$$

$$\text{b) } \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{35}{0} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{42}{6}} = \frac{3}{2622893} \approx 0,000001144$$

$$\text{c) } \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{35}{1} \cdot \binom{1}{0}}{\binom{42}{6}} = \frac{15}{374699} \approx 0,000040032$$

$$\text{d) } \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{36}{2}}{\binom{42}{6}} = \frac{675}{374699} \approx 0,001801446$$

$$(54) \text{ „Einfacher Auszug“ } = \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{85}{4}}{\binom{90}{5}} = \frac{10123925}{43949268} \approx 0,230355$$

$$\text{„Ambe“ } = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{85}{3}}{\binom{90}{5}} = \frac{246925}{10987317} \approx 0,0224736$$

$$\text{„Terne“ } = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{85}{2}}{\binom{90}{5}} = \frac{2975}{3662439} = 0,0008123$$

$$\text{„Quaterne“} = \frac{\binom{5}{4} \cdot \binom{85}{1}}{\binom{90}{5}} = \frac{425}{43949268} \approx 0,00000967$$

$$\text{„Quinterne“} = \frac{\binom{5}{5} \cdot \binom{85}{0}}{\binom{90}{5}} = \frac{1}{43949268} \approx 0,000000023$$

$$(55) \quad 5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$$

$$(56) \quad 5! = 120$$

$$(57) \quad \frac{6!}{(6-4)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

$$(58) \quad \text{a) } 3! = 6 \quad \text{b) } \frac{1}{6}$$

$$(59) \quad \text{a) } 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \quad \text{b) } \frac{1}{60} \quad \text{c) } \frac{4 \cdot 3 + 4 \cdot 3}{60} = \frac{2}{5} \quad \text{d) } \frac{4 \cdot 3}{60} = \frac{1}{5}$$

$$(60) \quad \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{720}$$

$$(61) \quad \text{a) } \frac{1}{\binom{45}{6}} = \frac{1}{8145060} \approx 0,000000123 \quad \text{b) } \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{39}{2}}{\binom{45}{6}} = \frac{15 \cdot 741}{8145060} \approx 0,0013646$$

$$\text{c) } \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{38}{0} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{45}{6}} = \frac{6}{8145060} \approx 0,0000007366$$

$$(62) \quad \text{a) } \frac{\binom{10}{6}}{\binom{100}{6}} = \frac{1}{5676440} \approx 0,00000176 \quad \text{b) } \frac{\binom{90}{6}}{\binom{100}{6}} = \frac{1886711}{3612280} \approx 0,522305$$

$$\text{c) } \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{90}{4}}{\binom{100}{6}} = \frac{69687}{722456} \approx 0,0964585$$

$$(63) \quad \text{a) } \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024} \quad \text{b) } \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{45}{512} \approx 0,0878906$$

$$\text{c) } \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{53}{512} \approx 0,103516$$

$$(64) \quad \binom{3+10-1}{10} = \binom{12}{10} = 66$$

$$(65) \quad \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{2} = 70$$

$$(66) \quad \binom{50}{3} = 19600$$

$$(67) \quad \text{a) } \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{4}}{\binom{10}{5}} = \frac{5}{9} = 0, \bar{5} \quad \text{b) } \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{8}{3}}{\binom{10}{5}} = \frac{2}{9} = 0, \bar{2}$$

$$\text{c) } \frac{\binom{2}{0} \cdot \binom{8}{5} + \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{4}}{\binom{10}{5}} = \frac{7}{9} = 0, \bar{7}$$

$$(68) \quad \frac{4}{\binom{8}{2}} = \frac{1}{7} \approx 0,142857$$