Berechnen Sie die Tangentensteigung (erste Ableitung) der Funktion $f(x) = x^2$ an der Stelle x_0 mit der h-Methode.

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \tag{1}$$

Die beiden Werte in die Funktion einsetzen...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(x_0 + h)^2 - x_0^2}{h} \tag{2}$$

Binomische Formel anwenden und Quadrat berechnen...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{x_0^2 + 2x_0h + h^2 - x_0^2}{h} \tag{3}$$

Zähler vereinfachen...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2x_0h + h^2}{h} \tag{4}$$

h ausklammern, um...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h \cdot (2x_0 + h)}{h} \tag{5}$$

anschließend h zu kürzen...

$$= \lim_{h \to 0} (2x_0 + h) \tag{6}$$

Grenzwert berechnen...

$$= 2x_0 + 0 \tag{7}$$

Term vereinfachen...

$$= 2x_0 \tag{8}$$

Ergänzende Antwort: An der Stelle x_0 beträgt die Steigung $2x_0$.

Berechnen Sie die Tangentensteigung (erste Ableitung) der Funktion $f(x) = 2x + 1$ **an der Stelle** x_0 **mit der** h**-Methode.**

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Die beiden Werte in die Funktion einsetzen…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2\,(x_0 + h) + 1 - (2x_0 + 1)}{h}$$

Klammern auflösen…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2x_0 + 2h + 1 - 2x_0 - 1}{h}$$

Zähler vereinfachen…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2h}{h}$$

h kürzen…

$$= \lim_{h \to 0} (2)$$

Grenzwert berechnen…

$$= 2$$

Ergänzende Antwort: Wie bei dieser Geraden zu erwarten war, beträgt die Steigung immer 2.

Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion $f(x) = x^2 - x$ an der Stelle x_0 mit der h-Methode.

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Die beiden Werte in die Funktion einsetzen…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(x_0 + h)^2 - (x_0 + h) - (x_0^2 - x_0)}{h}$$

Binomische Formel anwenden und Klammern auflösen…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{x_0^2 + 2x_0h + h^2 - x_0 - h - x_0^2 + x_0}{h}$$

Zähler vereinfachen…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2x_0h + h^2 - h}{h}$$

h ausklammern, um…

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h \cdot (2x_0 + h - 1)}{h}$$

anschließend h zu kürzen…

$$= \lim_{h \to 0} (2x_0 + h - 1)$$

Grenzwert berechnen…

$$= 2x_0 + 0 - 1$$

Term vereinfachen…

$$= 2x_0 - 1$$

Ergänzende Antwort: An der Stelle x_0 beträgt die Steigung $2x_0 - 1$.

Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion $f(x) = -2x^2 + x$ an der Stelle x_0 mit der h-Methode.

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Die beiden Werte in die Funktion einsetzen...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-2\,(x_0 + h)^2 + (x_0 + h) - (-2x_0^2 + x_0)}{h}$$

Binomische Formel anwenden und Klammern auflösen...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-2x_0^2 - 4x_0h - 2h^2 + x_0 + h + 2x_0^2 - x_0}{h}$$

Zähler vereinfachen...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-4x_0h - 2h^2 + h}{h}$$

h ausklammern, um...

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h \cdot (-4x_0 - 2h + 1)}{h}$$

anschließend h zu kürzen...

$$= \lim_{h \to 0} (-4x_0 - 2h + 1)$$

Grenzwert berechnen...

$$= -4x_0 - 2 \cdot 0 + 1$$

Term vereinfachen...

$$= -4x_0 + 1$$

Ergänzende Antwort: An der Stelle x_0 beträgt die Steigung $-4x_0 + 1$.