Schnittwinkel von Geraden

Zwei Geraden mit den Steigungen m_1 und m_2 bilden einen Schnittwinkel α. Sind die beiden Geraden orthogonal zueinander ($m_1 \cdot m_2 = -1$), dann gilt: $\alpha = 90°$. Ansonsten ($m_1 \cdot m_2 \neq -1$) gilt:

$$\alpha = \arctan\left(\left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}\right|\right)$$

Beispiel

Zur Berechnung des Schnittpunkts S der beiden linearen Funktionen $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = x - 1$ gibt es verschiedene Verfahren. Hier soll das Gleichsetzungsverfahren demonstriert werden:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2}x + 2 &= x - 1 \quad &&|-x-2 \\
-\frac{3}{2}x &= -3 &&\left|\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\right. \\
x &= 2 \\
h\left(2\right) &= 2 - 1 = 1 \\
&\Rightarrow S\left(2\,|1\right)
\end{aligned}$$

Zur Berechnung des Schnittwinkels verwenden wir obige Formel und setzen die beiden Steigungen ein. Die Reihenfolge ist hier beliebig.

$$\alpha = \arctan\left(\left|\frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 1}\right|\right) = \arctan\left(\left|\frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2}}\right|\right) = \arctan\left(|3|\right) \approx 71{,}57°$$

Übungsaufgaben

Berechne jeweils die Koordinaten des Schnittpunkts S und den Schnittwinkel α der Geraden g und h.

a) $g(x) = \frac{1}{3}x + 2$
$h(x) = -2x + 2$

b) $g(x) = -2x - 0{,}5$
$h(x) = \frac{1}{2}x + 2$

c) $g(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$
$h(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

d) $g(x) = 3x - \frac{7}{4}$
$h(x) = \frac{2}{5}x - \frac{9}{20}$

Lsg. auf S. 2

Lösungen:

a) $S\,(0|2)$, $\alpha = 81{,}9°$

b) $S\left(-1\,\middle|\,\frac{3}{2}\right)$, $\alpha = 90°$

c) $S\,(2|0)$, $\alpha = 40{,}6°$

d) $S\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,-\frac{1}{4}\right)$, $\alpha = 49{,}8°$