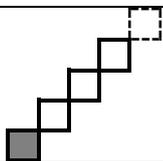


Stufe:**1**
Thema:
 Ebenengleichung aufstellen
**Aufgabe 1.1:**
 Bestimme eine Ebenengleichung E aus dem Punkt A und den Richtungsvektoren \vec{u} und \vec{v} !
 Löse mindestens zwei Aufgaben. Wenn Du Dich sicher genug fühlst, dann gehe zu Aufgabe 1.2.
Beispiel:
 Gegeben sind ein Punkt $A(9|2|5)$ und zwei Richtungsvektoren: $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

 Der Ortsvektor von A wird als Stützvektor verwendet und die beiden Richtungsvektoren einfach übernommen – fertig!

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s \in \mathbb{R}$$

(a) $A(4|-2|6)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b) $A(3|1|7)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

(c) $A(0,5|8|-4)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -0,2 \end{pmatrix}$

(d) $A(-3|6|2)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.2:
 Bestimme eine Ebenengleichung E aus den Punkten P , Q und R .
 Löse mindestens zwei Aufgaben. Wenn Du Dich sicher genug fühlst, dann gehe zu Stufe 2.
Beispiel:
 Gegeben sind die Punkte $P(1|2|1)$, $Q(5|4|6)$ und $R(9|8|7)$.

 Wir verwenden den Ortsvektor von P als Stützvektor und \overrightarrow{PQ} und \overrightarrow{PR} als Richtungsvektoren:

$$E: \vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\vec{p}} + r \underbrace{\left[\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]}_{\overrightarrow{PQ}} + s \underbrace{\left[\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]}_{\overrightarrow{PR}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(a) $P(2|-3|0)$, $Q(0|1|4)$, $R(3|-1|2)$

(b) $P(6|1|4)$, $Q(2|-1|3)$, $R(1|2|-1)$

(c) $P(2|-3|1)$, $Q(3|-1|0)$, $R(1|-1|3)$

(d) $P(1,5|3,5|-1)$, $Q(2|-3|-1)$, $R(2|-1|3)$

(e) $P(0|0|0)$, $Q(-3|-3|5)$, $R(6|-1|9)$

(f) $P(1|0|1)$, $Q(1|4|6)$, $R(6|-1|-9)$

Lösungen zu Stufe 1

Aufgabe 1.1

$$(a) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -0,2 \end{pmatrix}$$

$$(d) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.2

$$(a) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + s \left[\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right] + s \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \left[\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right] + s \left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(d) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} + r \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} \right] + s \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0,5 \\ -6,5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0,5 \\ -4,5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$(e) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \left[\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + s \left[\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$(f) \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] + s \left[\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -10 \end{pmatrix}$$